Tudorache Alexandru-Theodor

Grupa 242

Tema 1

**Vertex Cover**

*a)*

Algoritmul descris poate face maxim m iteratii prin multimea C, unde m este lungimea multii C. Acest caz se intampla atunci cand se alege aleator din Cj un xi care nu se mai afla in niciun alt predicat din C.

Algoritmul optim poate face cel putin 1 iteratie prin multimea C. Acest caz se intampla atunci cand se alege un xi din multimea X pentru a fi true, acest xi facand parte din toate predicatele din C.

Worst-case-ul factorului de aproximare al algoritmului este dat de cazul in care in multimea X exista un singur xi care se afla in toare predicatele din C, iar algoritmul Greedy-3CNF (C, X) nu-l va alege la nicio iteratie prin multimea C pe xi. In acest caz, algoritmul Greedy va face numarul maxim de m iteratii, iar cel optim o singura iteratie.

Astfel, factorul de aproximare al algoritmului este m, deci algoritmul este m-aproximativ.

*b)*

1: C = {C1, … Cm} mulțimea de predicate, X = {x1, … xn} - mulțime de variabile

2: cât timp C ≠ ∅ execută

3: Alegem aleator Cj ∈ C.

4: Fie a1, a2, a3 variabilele din Cj.

5: a1 ← true; a2 ← true; a3 ← true.

6: Eliminăm din C toate predicatele care conțin una dintre variabilele a1, a2, a3.

7: return X

Fie T = {xi | xi = *true*} dupa executarea algoritmului propus mai sus

Trebuie sa aratam ca |T| <= 3OPT, unde OPT este numarul de elemente din X care care au valorea *true*, rezultat in urma executarii algoritmului optim.

Fie C\* multimea de predicate selectate la pasul 3 al algoritmului (*Alegem aleator Cj ∈ C*). Cum la pasul 6 eliminam din C toate predicatele ce contin pe oricare dintre variabilele a1, a2, a3 extrase la pasul 5, in multimea C\* vor fi numai predicate ce contin variabile diferite.

Fie S = {xi | xi = *true*} dupa executarea algoritmului optim. Cum in multimea C\* vor fi numai predicate ce contin variabile diferite, atunci fiecare variabila din S este continuta in cel mult un predicat din C\*, de unde rezulta ca |S| = OPT ≥ |C\*|

|C\*| =

Deci:

OPT ≥ |C\*| =

OPT ≥

3OPT ≥ |T|

Deci algoritmul propus mai sus este 3-aproximativ.

*c)*

Fie f(xi) =

Trebuie sa minimizam

Constrangeri:

f(xj) + f(xk) + f(xl) ≥ 1, pentru oricare Ci (xj, xk, xl) ∈ C;

0 ≤ f(xi) ≤ 1, pentru orice i ∈ {1, 2, …, n}